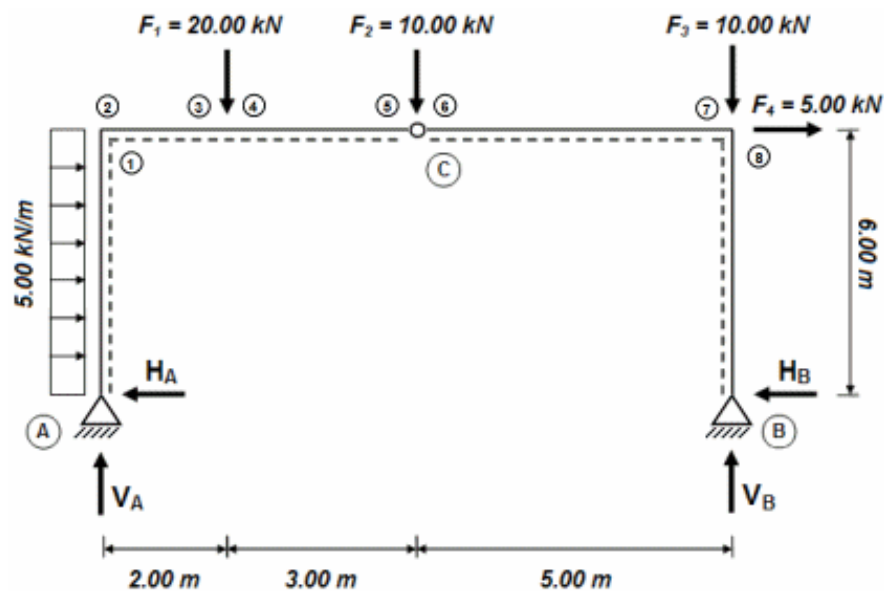


Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

Auf den folgenden Seiten wird das Knotenschnittverfahren zur Berechnung statisch bestimmter Systeme am Beispiel eines Dreigelenrahmens veranschaulicht. Dabei gliedert sich die Berechnung in folgende Schritte:

- Auflagerkräfte: Bestimmung der Auflagerreaktionen
- Schnittkraftermittlung: Schrittweise Bestimmung der Schnittgrößen an markanten Punkten
- Schnittkraftlinien: Darstellung der Normkraft-, Querkraft- und Momentenverläufe

System und Belastung

Auflagerkräfte

Durch die Gleichgewichtsbedingungen am Gesamtsystem werden zunächst die vertikalen Auflagerkräfte an den Auflagern A und B ermittelt. Die errechneten Werte werden durch eine weitere Gleichgewichtsbedingung kontrolliert.

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 &= 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} \cdot 3,00 \text{ m} + 20,00 \text{ kN} \cdot 2,00 \text{ m} + 10,00 \text{ kN} \cdot 5,00 \text{ m} + 10,00 \text{ kN} \cdot 10,00 \text{ m} \\ &+ 5,00 \text{ kN} \cdot 6,00 \text{ m} - V_B \cdot 10,00 \text{ m} \\ \Leftrightarrow V_B &= 31,00 \text{ kN} \end{aligned}$$

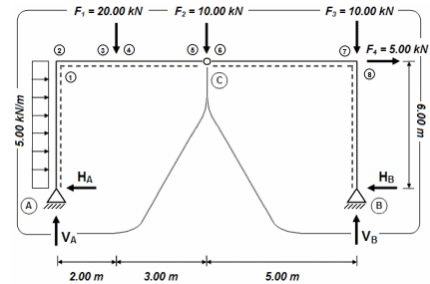
$$\begin{aligned} \Sigma M_B = 0 &= 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} \cdot 3,00 \text{ m} + V_A \cdot 10,00 \text{ m} - 20,00 \text{ kN} \cdot 8,00 \text{ m} - 10,00 \text{ kN} \cdot 5,00 \text{ m} \\ &+ 5,00 \text{ kN} \cdot 6,00 \text{ m} \\ \Leftrightarrow V_A &= 9,00 \text{ kN} \end{aligned}$$

Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

Kontrolle der vertikalen Auflagerkräfte

$$\begin{aligned}\Sigma V = 0 &= 31,00 \text{ kN} + 9,00 \text{ kN} - 20,00 \text{ kN} - 10,00 \text{ kN} - 10,00 \text{ kN} \\ \Leftrightarrow 0 &= 0\end{aligned}$$

Die Zerlegung des Systems in zwei Teilsysteme ermöglicht die Aufstellung weiterer Gleichgewichtsbedingungen, mit deren Hilfe die horizontalen Auflagerkräfte an den Auflagern A und B ermittelt werden. Auch hier werden die ermittelten Werte durch eine weitere Gleichgewichtsbedingung kontrolliert.



Linkes Teilsystem

$$\begin{aligned}\Sigma M_C = 0 &= H_A \cdot 6,00 \text{ m} - 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} \cdot 3,00 \text{ m} - 20,00 \text{ kN} \cdot 3,00 \text{ m} + 9,00 \text{ kN} \cdot 5,00 \text{ m} \\ \Leftrightarrow H_A &= 17,50 \text{ kN}\end{aligned}$$

Rechtes Teilsystem

$$\begin{aligned}\Sigma M_C = 0 &= H_B \cdot 6,00 \text{ m} - 10,00 \text{ kN} \cdot 5,00 \text{ m} - 31,00 \text{ kN} \cdot 5,00 \text{ m} \\ \Leftrightarrow H_B &= 17,50 \text{ kN}\end{aligned}$$

Kontrolle der horizontalen Kräfte

$$\begin{aligned}\Sigma V = 0 &= 17,50 \text{ kN} + 17,50 \text{ kN} - 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} - 5,00 \text{ kN} \\ \Leftrightarrow 0 &= 0\end{aligned}$$

Schnittkraftermittlung

Nachdem die Auflagerkräfte eindeutig bestimmt wurden, erfolgt nun die schrittweise Ermittlung der Schnittkräfte an markanten Punkten, wie beispielsweise kurz vor und nach angreifenden Lasten.

Schnitt A – 1	Gleichgewichtsbedingungen
	$\begin{aligned}\Sigma H = 0 &= Q_1 + 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} - 17,50 \text{ kN} \\ \Leftrightarrow Q_1 &= -12,50 \text{ kN} \\ \Sigma V = 0 &= N_1 + 9,00 \text{ kN} \Leftrightarrow N_1 = -9,00 \text{ kN} \\ \Sigma M = 0 &= M_1 + 5,00 \text{ kN/m} \cdot 6,00 \text{ m} \cdot 3,00 \text{ m} \\ &\quad - 17,50 \text{ kN} \cdot 6,00 \text{ m} \\ \Leftrightarrow M_1 &= 15,00 \text{ kNm}\end{aligned}$

Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

Schnitt 1 – 2	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_2 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_2 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_2 + (-9,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow Q_2 = 9,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_2 - 15,00 \text{ kNm} \Leftrightarrow M_2 = 15,00 \text{ kNm}$
	$\Sigma H = 0 = N_3 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_3 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_3 - 9,00 \text{ kN} \Leftrightarrow Q_3 = 9,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_3 - 15,00 \text{ kNm} - 9,00 \text{ kN} \cdot 2,00 \text{ m}$ $\Leftrightarrow M_3 = 33,00 \text{ kNm}$
	$\Sigma H = 0 = N_4 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_4 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_4 + 20,00 \text{ kN} - 9,00 \text{ kN}$ $\Leftrightarrow Q_4 = -11,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_4 - 33,00 \text{ kNm} \Leftrightarrow M_4 = 33,00 \text{ kNm}$
	$\Sigma H = 0 = N_5 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_5 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_5 - (-11,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow Q_5 = -11,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_5 - 33,00 \text{ kNm} - (-11,00 \text{ kN}) \cdot 3,00 \text{ m}$ $\Leftrightarrow M_5 = 0,00 \text{ kNm}$

Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

Schnitt 5 – 6	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_6 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_6 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_6 + 10,00 \text{ kN} - (-11,00 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow Q_6 = -21,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_6 + 0,00 \text{ kNm} \Leftrightarrow M_6 = 0,00 \text{ kNm}$

Schnitt 6 – 7	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = N_7 - (-12,50 \text{ kN}) \Leftrightarrow N_7 = -12,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = Q_7 - (-21,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow Q_7 = -21,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_7 - 0,00 \text{ kNm} - (-21,00 \text{ kN}) * 5,00 \text{ m}$ $\Leftrightarrow M_7 = -105,00 \text{ kNm}$

Schnitt 7 – 8	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = Q_8 + (-12,50 \text{ kN}) - 5,00 \text{ kN}$ $\Leftrightarrow Q_8 = 17,50 \text{ kN}$ $\Sigma V = 0 = N_8 + 10,00 \text{ kN} - (-21,00 \text{ kN})$ $\Leftrightarrow N_8 = -31,00 \text{ kN}$ $\Sigma M = 0 = M_8 - (-105,00 \text{ kNm})$ $\Leftrightarrow M_8 = -105,00 \text{ kNm}$

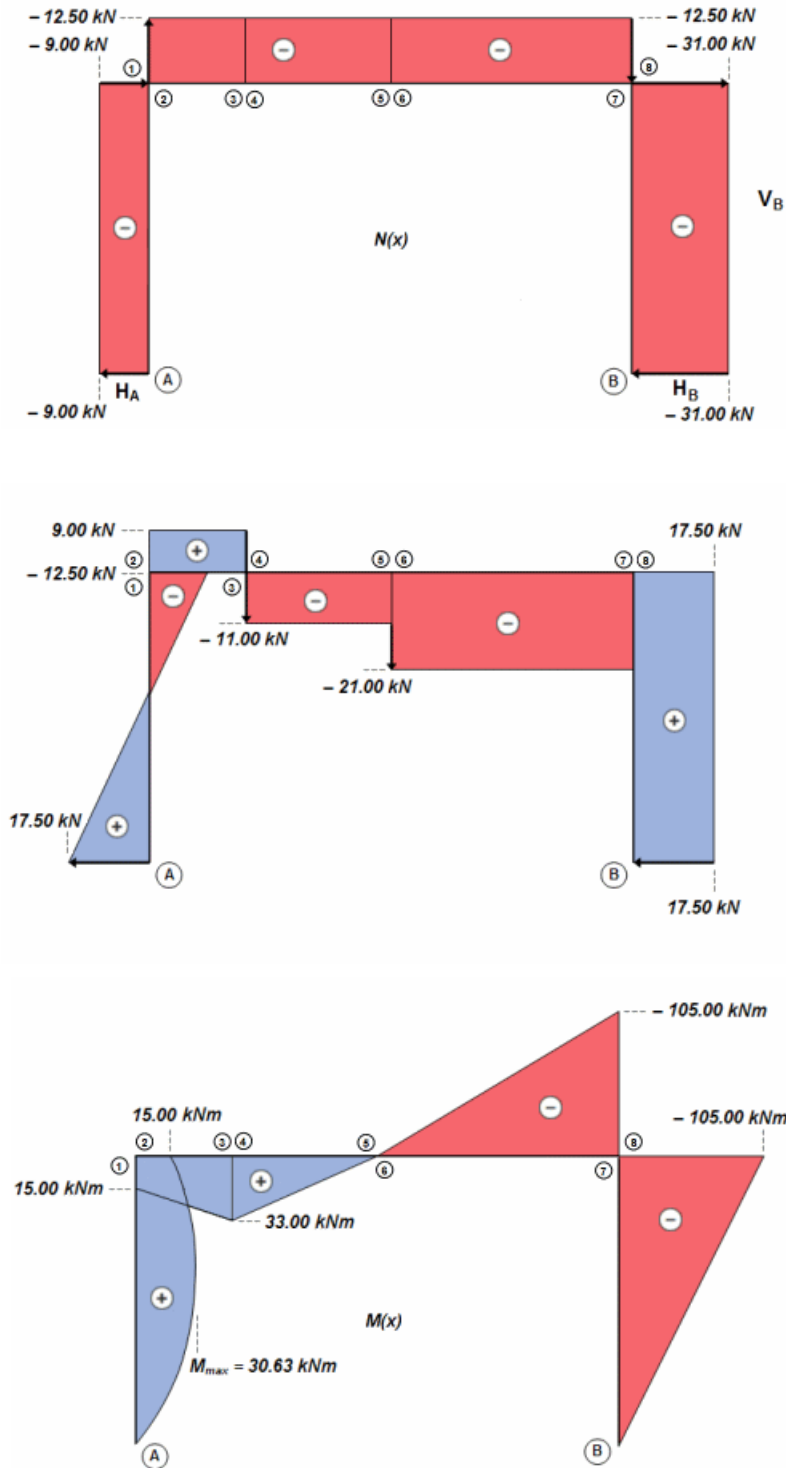
Zur Kontrolle der Rechnung wird nun ein letzter Schnitt durchgeführt. Hierbei werden die Gleichgewichtsbedingungen auf ihre richtige Lösung hin untersucht.

Schnitt 8 – B	Gleichgewichtsbedingungen
	$\Sigma H = 0 = 17,50 \text{ kN} - 17,50 \text{ kN} \Leftrightarrow 0 = 0$ $\Sigma V = 0 = 31,00 \text{ kN} + (-31,00 \text{ kN}) \Leftrightarrow 0 = 0$ $\Sigma M = 0 = -105,00 \text{ kNm} + 17,50 \text{ kN} * 6,00 \text{ m}$ $\Leftrightarrow 0 = 0$

Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

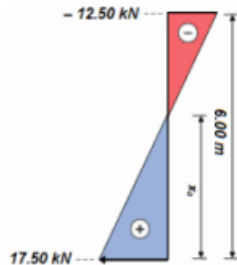
Schnittkraftlinien

Die zuvor ermittelten Schnittgrößen werden abschließend als Schnittkraftlinien dargestellt:



Dreigelenrahmen unter vertikalen und horizontalen Einzellasten sowie horizontaler Streckenlast

Berechnung des maximalen Momentes im Bereich A – 1:



Nulldurchgang der Querkraftlinie:

$$X_0 = 17,50 \text{ kN} \cdot \left(6,00 \text{ m} / (17,50 \text{ kN} + 12,50 \text{ kN}) \right) \Leftrightarrow \mathbf{X_0 = 3,50 \text{ m}}$$

Maximales Moment:

$$M_{\max} = 5,00 \text{ kN/m} \cdot 3,50 \text{ m} \cdot 1,75 \text{ m} - 17,50 \text{ kN} \cdot 3,50 \text{ m} \Leftrightarrow \mathbf{M_{\max} = 30,63 \text{ kNm}}$$